# IN-176

## B.Sc. (Part-I) Examination, 2020
## MATHEMATICS

### Paper - III

### (Vector Analysis and Geometry)

***Time Allowed : Three Hours***

***Maximum Marks : 50***

***Minimum Pass Marks : 17***

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई–I / UNIT-I**

**Q. 1.** (a) सिद्ध कीजिए कि सदिश :

$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$,

$\vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a})$, तथा

$\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})$

समतलीय हैं।





Prove that the vectors :

$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$,

$\vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a})$, and

$\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})$

are coplaner.

(b) एक कण वक्र x = 4 cos t, y = 4 sin t, z = 6t पर चल रहा हैं तो उसका वेग और त्वरण t = 0 तथा $t=\frac{\pi}{2}$ पर ज्ञात कीजिए।

A particle moves along the curve x = 4 cos t, y = 4 sin t, z = 6t. Find the velocity and acceleration at time t = 0 and $t=\frac{\pi}{2}$.

(c) दर्शाइये कि :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

Show that :

$$\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$$

## इकाई–II / UNIT-II

**Q. 2.** (a) $\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जो समीकरण :

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$$

को सन्तुष्ट करता है, जबकि दिया है कि

t = 0 पर $\vec{r} = \vec{0}$ तथा $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{U}$

Find the value of $\vec{r}$ satisfying the equation :

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{a}$$

given that when :

t = 0, $\vec{r} = \vec{0}$ and $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{U}$

(b) कार्तीय रूप में गॉउस के डाइवर्जेन्स प्रमेय का उपयोग कर

$$\iint_S (x\,dy\,dz + y\,dz\,dx + z\,dx\,dy)$$

का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ पृष्ठ S गोला $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ है।





Use the Gauss's divergence theorem in cartesian form to evaluate :

$$\iint_S (x\,dy\,dz + y\,dz\,dx + z\,dx\,dy)$$

where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

(c) स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $\vec{F} = x^2\hat{i} + xy\hat{j}$, जहाँ C, xy-समतल में वर्ग की परिमाप है जिसकी भुजायें रेखाओं x = 0, y = 0, x = a, y = a के अनुदिश हैं।

Verify Stoke's theorem for the function where C is the perimeter of square in xy plane whose sides are x = 0, y = 0, x = a, y = a.

## इकाई–III / UNIT-III

**Q. 3.** (a) दर्शाइये कि परवलय :

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ की नाभिलम्ब $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ है।

Show that the latus-rectum of the parabola :

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (bx + ay - ab)^2$ is $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

(b) सिद्ध कीजिए कि संनाभि शांकव समकोण पर प्रतिच्छेद करती है।

Prove that confocal conic cut at right angles.

(c) शांकव $\frac{\ell}{r} = 1 + e\cos\theta$ के सापेक्ष किसी बिन्दु $(r_1, \theta_1)$ के ध्रुवी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the polar of a point $(r_1, \theta_1)$ w.r.t. the conic :

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e\cos\theta$$





## इकाई–IV / UNIT-IV

**Q. 4.** (a) अचर त्रिज्या k का एक गोला मूल बिन्दु O से होकर जाता है और अक्षों से A, B, C में मिलता हैं। सिद्ध कीजिए कि समतल ABC पर O से डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दु पथ :

$(x^2 + y^2 + z^2)(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = 4k^2$ से दिया जाता है।

A sphere of constant radius k passes through the origin O, and meets the axis in A, B, C. Prove that the locus of the foot of the perpendicular from O to the plane ABC is given by :

$$(x^2 + y^2 + z^2)(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = 4k^2$$

(b) शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ के व्युत्क्रम शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of cone reciprocal to the cone :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$$

(c) लम्ब वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष $x = 2y = -z$ है तथा त्रिज्या 4 हैं।

Find the equation of the right circular cylinder whose axis is :

$$x = 2y = -z$$

and radius is 4.

## इकाई–V / UNIT-V

**Q. 5.** (a) सिद्ध कीजिए कि किसी स्थिर बिन्दु से एक परवलयज पर पाँच अभिलम्ब खींचे जा सकते हैं।

Prove that in general five normals can be drawn to a paraboloid from any fixed point.

(b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब एक दत्त सरल रेखा एक शांकवज की जनक रेखा हो।

Find the condition that a given straight line should be a generator of a given conicoid.





(c) निम्नलिखित समीकरण को प्रमाणिक रूप में समानयन कीजिए :

$$9x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 8yz + 12zx + 12xy + 4x + y + 10z + 1 = 0$$

Reduce the following equation to the standard form :

$$9x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 8yz + 12zx + 12xy + 4x + y + 10z + 1 = 0$$